**Международный университет природы, общества и человека «Дубна»**

**Кафедра системного анализа и управления**

*Курсовая работа*

по моделированию экономических процессов и систем

на тему:

Моделирование работы двух кассиров в банке

Руководитель: Тятюшкина О.Ю

Выполнила:

« » 2004 г. Распопова Т. А.

Проверила:

« » " 2004 г. Тятюшкина О.Ю.

*Оглавление*

*Введение* *3*

*Постановка задачи* *3*

*Теоретическая часть* *4*

*Логико-математическое описание модели* *8*

*Выбор средств моделирования* *9*

*Анализ работы модели 9*

*Заключение* *10*

*Приложение* *1*

*Введение*

В современном мире мы повсюду сталкиваемся с системами массового обслуживания. Это могут быть билетные кассы, станки на производстве или даже экзамены. Как часто прибегая в кассу мы слышали, что рабочий день уже окончен, хотя на часах есть еще пять минут. Обидно, но интересно узнать, почему это происходит. Неужели только из-за нерадивости работников! И как определить руководителю предприятия, сколько станков нужно, чтобы справиться с работой, при минимуме простоев? Это и есть задача имитационного моделирования СМО.

Цели проведения имитационных экспериментов могут быть самыми различными - от выявления свойств и закономерностей исследуемой системы, до решения конкретных практических задач. С развитием средств вычислительной техники и программного обеспечения, спектр применения имитации существенно расширился в сфере экономики. В настоящее время ее используют как для решения задач внутрифирменного управления, так и для моделирования управления на макроэкономическом уровне.

Работа двух кассиров в банке - типичная задача имитационного моделирования, поэтому я и решила ее исследовать.

*Постановка задачи*

**Цель.** Необходимо на основе заданных параметров построить и проанализировать модель, имитирующую работу двух кассиров в банке.

Представление о модели. Имеются два кассира. Для каждого из них задано время обслуживания одного клиента. Также задано максимальное количество входящих в единицу времени людей в банк и длина рабочего дня, в течение которого кассиры обслуживают приходящих людей.

Исходные **данные.** ИД являются значения входных параметров (время обслуживания одного клиента каждым кассиром, максимальное количество входящих в единицу времени людей в банк и длина рабочего дня), которые по желанию можно менять.

Результат. Результатом работы модели должны быть величины, характеризующие количество обслуженных людей каждым из кассиров, а также графики, отражающие состояние кассиров и очередей к их кассам в каждый момент времени в течение рабочего дня.

**Критерий оценки результата.** Модель должна правдоподобно отражать события реального мира, т.е. работу двух кассиров в банке.

*Теоретическая часть*

В общем случае, под имитацией *(simulation)* понимают процесс проведения на ЭВМ экспериментов с математическими моделями сложных систем реального мира.

Целью имитационного моделирования является конструирование ИМ объекта и проведение имитационного эксперимента (ИЭ) над ним для изучения закона функционирования и поведения с учетом заданных ограничений и целевых функций в условиях имитации и взаимодействия с внешней средой.

В общем случае, проведение ИЭ можно разбить на следующие этапы.

1. Установить взаимосвязи между исходными и выходными показателями в виде математического уравнения или неравенства.
2. Задать законы распределения вероятностей для ключевых параметров модели.
3. Провести компьютерную имитацию значений ключевых параметров модели.
4. Рассчитать основные характеристики распределений исходных и выходных показателей.

5. Провести анализ полученных результатов и принять решение.

Результаты имитационного эксперимента могут быть дополнены статистическим анализом, а также использоваться для построения прогнозных моделей и сценариев.

**Принципы и** методы **построения имитационных моделей.**

Процесс функционирования сложной системы можно рассматривать как смену ее состояний, описываемых ее фазовыми переменными *Zx(t), Z2(f),... Z„(t)* в n-мерном пространстве.

Задачей имитационного моделирования является получение траектории движения рассматриваемой системы в и-мерном пространстве (Zb Z2, ... Z„), а также вычисление некоторых показателей, зависящих от выходных сигналов системы и характеризующих ее свойства.

В данном случае сдвижение» системы понимается в общем смысле - как любое изменение, происходящее в ней.

Известны два принципа построения модели процесса функционирования систем:

1. Принцип *At.* Рассмотрим этот принцип сначала для детерминированных систем. Предположим, что начальное состояние системы соответствует значениям *Zi(t0), Z2(to), ... Z„(t0).* Принцип *At* предполагает преобразование модели системы к такому виду, чтобы значения Zb Z2, ... *Z„* в момент времени *tx = t0* + *At* можно было вьлислить через начальные значения, а в момент *t2 = tx + At* через значения на предшествующем шаге и так для каждого г'-ого шага *(At = const, i=\+ M).*

Для систем, где случайность является определяющим фактором, принцип А? заключается в следующем:

Определяется условное распределение вероятности на первом шаге (^ *= t0 + At)* для случайного вектора, обозначим его (Zb Z2, ... *Z„).* Условие состоит в том, что начальное состояние системы соответствует точке траектории (*Z\*, Z2°,...Z°).

Вычисляются значения координат точки траектории движения системы *(tx = t0 + At),* как значения координат случайного вектора, заданного распределением, найденным на предыдущем шаге.

Отыскиваются условное распределение вектора *{Z\,Z\,...Z2n)* на втором шаге

*(t2= h+ At),* при условии получения соответствующих значений *Z)* (/ = 1-^-я) на первом

шаге и т.д., пока *tt = t0+i At* не примет значения *(tM = t0+ MAt).*

Принцип *At* является универсальным, применим для широкого класса систем. Его недостатком является неэкономичность с точки зрения затрат машинного времени.

2. Принцип особых состояний (принцип *az).* При рассмотрении некоторых видов систем можно выделить два вида состояний:

1. обычное, в котором система находится большую часть времени, при этом *Zi(t), (i = l+п)* изменяются плавно;
2. особое, характерное для системы в некоторые моменты времени, причем состояние системы изменяется в эти моменты скачком.

Принцип особых состояний отличается от принципа *At* тем, что шаг по времени в этом случае не постоянен, является величиной случайной и вычисляется в соответствии с информацией о предыдущем особом состоянии.

Примерами систем, имеющих особые состояния, являются системы массового обслуживания. Особые состояния появляются в моменты поступления заявок, в моменты освобождения каналов и т.д.

Для таких систем применение принципа *At* является нерациональным, так как при этом возможны пропуски особых состояний и необходимы методы их обнаружения.

В практике использования имитационного моделирования описанные выше принципы при необходимости комбинируют.

Основными методами имитационного моделирования являются: аналитический метод, метод статического моделирования и комбинированный метод (аналитико-статистический) метод.

Аналитический метод применяется для имитации процессов в основном для малых и простых систем, где отсутствует фактор случайности. Например, когда процесс их функционирования описан дифференциальными или интегро-дифференциальными уравнениями. Метод назван условно, так как он объединяет возможности имитации процесса, модель которого получена в виде аналитически замкнутого решения, или решения полученного методами вычислительной математики.

Метод статистического моделирования первоначально развивался как метод статистических испытаний (Монте-Карло). Это - численный метод, состоящий в получении оценок вероятностных характеристик, совпадающих с решением аналитических задач (например, с решением уравнений и вычислением определенного интеграла). В последствии этот метод стал применяться для имитации процессов, происходящих в системах, внутри которых есть источник случайности или которые подвержены случайным воздействиям. Он получил название метода статистического моделирования.

Комбинированный метод (аналитико-статистический) позволяет объединить достоинства аналитического и статистического методов моделирования. Он применяется в случае разработки модели, состоящей из различных модулей, представляющих набор как статистических, так и аналитических моделей, которые взаимодействуют как единое целое. Причем в набор модулей могут входить не только модули соответствующие динамическим моделям, но и модули соответствующие статическим математическим моделям.

В математических моделях сложных объектов, представленных в виде систем массового обслуживания (СМО), фигурируют средства обслуживания, называемые **обслуживающими аппаратами (ОА)** или **каналами,** и обслуживаемые заявки, называемые **транзактами.**

Состояние СМО характеризуется состояниями ОА, транзактов и очередей к ОА. Состояние ОА описывается двоичной переменной, которая может принимать значения «занят» или «свободен». Переменная, характеризующая состояние транзакта, может иметь значения «обслуживания» или «ожидания». Состояние очереди характеризуется количеством находящихся в ней транзактов.

**Потоком событий** называется последовательность однородных событий, следующих одно за другим в случайные моменты времени. Важной характеристикой потока событий является его **интенсивность *Я—*** среднее число событий, приходящееся на единицу времени. Интенсивность потока может быть как постоянной *{Л = const),* так и переменной, зависящей от времени *t.* Поток событий называется **регулярным,** если события следуют одно за другим через определенные, равные промежутки времени. На практике чаще встречаются потоки нерегулярные, со случайными интервалами.

Поток событий называется **стационарным,** если его вероятностные характеристики не зависят **от** времени. Поток событий называется **потоком без последействия,** если для любых двух непересекающихся интервалов времени *tx* и *t2* число событий, попадающих на один из них, не зависит от того, сколько событий попало на другой. Это означает, что заявки попадают в систему независимо друг от друга.

Поток событий называется **ординарным,** если события в нем появляются поодиночке, а не группами по нескольку сразу. Если поток событий ординарен, то вероятностью попадания на малый интервал времени *t* двух или более событий можно пренебречь.

Поток событий называется **простейшим** (или стационарным пуассоновским), если он обладает сразу тремя свойствами: стационарен, ординарен и не имеет последействия. Название «простейший» связано с тем, что процессы, связанные с простейшими потоками, имеют наиболее простое математическое описание. Самый простой, на первый взгляд, регулярный поток не является «простейшим», так как обладает последействием: моменты появления событий в таком потоке связаны жесткой функциональной зависимостью.

СМО могут быть одноканальными и многоканальными.

Процесс работы СМО представляет собой случайный процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем; состояние СМО меняется скачком в моменты появления каких-то событий (прихода новой заявки, окончания обслуживания, момента, когда заявка, которой «надоело ждать», покидает очередь).

Предмет теории массового обслуживания - построение математических моделей, связывающих заданные условия работы СМО (число каналов, их производительность, правила работы, характер потока заявок) **с** интересующими нас характеристиками - показателями эффективности СМО, описывающими, с той или другой точки зрения, ее способность справляться с потоком заявок. В качестве таких показателей (в зависимости от обстановки и целей исследования) могут применяться разные величины, например: среднее число заявок, обслуживаемых СМО в единицу времени; среднее число занятых каналов; среднее число заявок в очереди и среднее время ожидания обслуживания; вероятность того, что число заявок в очереди превысит какое-то значение, простои, и т. д.

Системы массового обслуживания делятся на типы (или классы) по ряду признаков. Первое деление: СМО с отказами и СМО **с** очередью. В СМО с отказами заявка, поступившая в момент, когда все каналы заняты, получает отказ, покидает **СМО** и в дальнейшем процессе обслуживания не участвует. В СМО с очередью заявка, пришедшая в момент, когда все каналы заняты, не уходит, а становится в очередь и ожидает возможности быть обслуженной. На практике чаще встречаются (и имеют большее значение) СМО с очередью. СМО с очередью подразделяются на разные виды, в зависимости от того, как организована очередь - ограничена она или не ограничена. Ограничения могут касаться как длины очереди, так и времени ожидания (так называемые «СМО с нетерпеливыми заявками»). При анализе СМО должна учитываться также и «дисциплина обслуживания» - заявки могут обслуживаться либо в порядке поступления (раньше пришла, раньше обслуживается), либо в случайном порядке. Величина, характеризующее право на первоочередное обслуживание, называется **приоритетом.** При освобождении канала на обслуживание принимается заявка из непустой очереди с наиболее высоким приоритетом. Существуют СМО с так называемым многофазовым обслуживанием, состоящим из нескольких последовательных этапов или «фаз».

Кроме этих признаков, СМО делятся на два класса: «открытые» и «замкнутые». В открытой СМО характеристики потока заявок не зависят от того, в каком состоянии находится сама СМО (сколько каналов занято). В замкнутой СМО - зависят.

***Логико-математическое описание модели***

Модель работает по следующим правилам.

Все величины могут быть только целыми неотрицательными числами. Время обслуживания каждым кассиром одного клиента должно быть > 0. Кассир может принимать состояние «свободен» («0») или «занят» («1»). Состояние очереди, длина рабочего дня, максимальный поток людей в единицу времени *{max enter)* и количество обслуженных клиентов может быть > 0.

Значения входных параметров задаются перед началом работы модели.

В начальный момент времени кассиры свободны, очереди **и** количество обслуженных клиентов = 0.

Распределение потока людей происходит по правилу выравнивания очереди, т.е. каждый из вошедших оценивает длину обеих очередей и встает в ту, которая короче. В случае равных очередей предпочтение отдается первому кассиру.

Далее во время каждого такта (от единицы до длины рабочего дня) с помощью функции *random,* имеющей равномерное распределение, получаем случайное число вошедших людей от 0 до *maxenter* и происходит распределение их в очереди по правилу, указанному вьппе. Далее для каждого кассира проверяются условия, если он свободен, есть очередь и кассир успевает обслужить еще хотя бы одного клиента, то очередь становится на единицу меньше, кассир принимает состояние «занят» на время, которое необходимо ему, чтобы обслужить клиента, а количество обслуженных им людей становится больше на единицу. Если хотя бы одно из условий не выполняется, состояние модели на этом такте остается неизменным.

*Выбор средств моделирования*

Существуют специальные языки и системы моделирования, например *GPSS* и *Arena.* Но на изучение хотя бы одного из этих средств ушло бы слишком много времени. Из известных мне средств выбор стоял между электронными таблицами *Excel* и средой программирования *Delphi6.* Но реализация моего алгоритма в *Excel* состояла бы из очень громоздких и сложных логических выражений, тогда как в *Delphi6* тот же самый алгоритм выглядит достаточно просто. А также среда *Delphi6* очень удобна в плане отладки алгоритма и визуализации результатов. Следовательно, оптимальным выбором является *Delphi6.*

*Анализ работы модели*

Проанализируем работу модели, задавая разные входные параметры.

Для начала посмотрим ситуацию, когда длина рабочего дня равна нулю (рис. 1). Этот рисунок отражает состояние модели в начальный момент времени.

Далее (рис. 2) показана ситуация, когда в банк никто не приходил за все время его работы. Поэтому состояние кассиров всегда «свободен», длины очередей весь день = 0, а, следовательно, и количество обслуженных клиентов = 0. В этом случае стоит проверить, не заперты ли двери. Или лучше разрекламировать этот банк, а то так недолго и разориться.

В следующих случаях в качестве длины рабочего дня были выбраны числа 10 и 12, т.к. при таких параметрах на графике хорошо виден результат - точки не сливаются, и т.к. 12 кратно 2\*3 = 6 (2 иЗ- время работы кассиров с одним клиентом), а 10 кратно 1\*1 = 1 (аналогично).

На рис. 3 заметен приоритет распределения очереди. Поток людей небольшой, поэтому очереди к обоим кассирам часто = 0, а по приоритету вошедшие идут к первому кассиру, поэтому второй весь день отдыхает. Здесь же видна ситуация с отказом. В конце дня ко второму кассиру все-таки пришел один человек, но он отказался его обслужить, т.к. на это ему нужно 3 единицы времени, а осталось всего 2. В этой ситуации руководителю банка стоит задуматься о сокращении штата кассиров. И сократить следует второго, т.к. он работает медленнее. Рассчитаем количество людей, обслуженных первым кассиром: длина рабочего дня = 12 единицам, из них 2 первый кассир отдыхал, а т.к. на обслуживание **одного клиента** он тратит две единицы времени, то за день он обслужил (12-2)/2 = 5 клиентов.

На рис. 4 кассиры отлично справляются со своими обязанностями, несмотря на то, что максимальное количество заявок равно четырем, потому что скорость обслуживания довольно высокая - на одного клиента каждый кассир тратит всего по одной единице времени. Следовательно, т.к. они не отдыхали, то каждый из них обслужил по 10 человек, потому что 10 - это длина рабочего дня. В этой ситуации кассиры в состоянии обслужить всех клиентов без отказов.

На рис. 5 показан очень напряженный рабочий день. Интенсивность потока людей увеличилась всего на одну единицу по сравнению с предыдущей ситуацией, и рабочий день увеличился на 2 единицы, но очереди при этом достигают длины 10 человек, несмотря на то, что кассиры добросовестно трудятся весь день. В этом случае руководству банка рекомендуется нанять на работу еще хотя бы одного кассира, т.к. двое не справляются с таким объемом заявок. Рассчитаем количество обслуженных людей: оба кассира трудились не покладая рук, поэтому первый обслужил 12 / 2 = 6 клиентов, а второй 12/3 = 4 клиентов (2 и 3 - время на обслуживание одного клиента соответственно первым и вторым кассирами, 12 - длина рабочего дня).

Из рассмотренных ситуаций, можно сделать вывод, что модель работает правильно. При этом кассиры во время работы не отвлекаются на посторонние дела и добросовестно относятся к своим обязанностям.

*Заключение*

В данной курсовой работе была построена и проанализирована модель работы двух кассиров банке. А также были получены величины, характеризующие количество обслуженных людей каждым из кассиров, и графики, отражающие состояние кассиров и очередей к их кассам в каждый момент времени в течение рабочего дня. На основе проведенного анализа можно утверждать, что модель правдоподобно отражает работу двух кассиров в банке.

*Приложение*

Рис. 1.

Рис. 2.

Рис. 3.

Рис.4.

Рис.5.

*Список используемой литературы*

1. Варфоломеев В.И. Алгоритмическое моделирование элементов экономических систем. - М.: Финансы и статистика, 2000.
2. Кобелев Б.Н. Основы имитационного моделирования сложных экономических систем. -М.: Дело, 2003.
3. Афанасьев М.Ю., Суворов Б.П. Исследование операций в конкретных ситуациях. - М.: Изд-во МГУ, 1999.